

УДК 533.6

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ

© 1996 г. В. С. Асланов, С. В. Мясников

Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 26.06.95 г.

В нелинейной постановке рассматривается неуправляемое движение относительно центра масс асимметричного КА при спуске в атмосфере планеты. Приведены частично усредненные уравнения в виде гамильтоновой системы, описывающие движение КА в окрестности резонанса. Исследуются вопросы устойчивости резонансных режимов, возникающих при спуске. Показывается необходимость учета неравномерности вращения КА при анализе его движения в окрестности резонанса. Рассматривается пример об исследовании устойчивости резонанса по углу крена.

1. Рассмотрим неуправляемое движение относительно центра масс в атмосфере КА при наличии малой асимметрии. Воспользуемся уравнениями, описывающими вращательное движение КА с точностью до величин порядка квадрата малой асимметрии, приведенными в работе [1]:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + F(\alpha, \mathbf{z}) &= \varepsilon \Phi_{\alpha}(\alpha, \varphi, \mathbf{z}), \\ \dot{\varphi} &= \Phi_{\varphi}(\alpha, \mathbf{z}), \\ \dot{\mathbf{z}} &= \varepsilon \Phi_{\mathbf{z}}(\alpha, \varphi, \mathbf{z}), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} F(\alpha, \mathbf{z}) &= \\ &= (G - R \cos \alpha)(R - G \cos \alpha) / \sin^3 \alpha - M_{\alpha}(\alpha, \mathbf{z}), \\ \Phi_{\alpha}(\alpha, \varphi, \mathbf{z}) &= R / \bar{J}_x - (G - R \cos \alpha) \cos \alpha / \sin^2 \alpha, \\ \varepsilon \Phi_{\varphi} &= D_0^{\vee}(\alpha, \mathbf{z}) + D_1^{\vee}(\alpha, \mathbf{z}) \sin \varphi + D_2^{\vee}(\alpha, \mathbf{z}) \cos \varphi + \\ &+ D_3^{\vee}(\alpha, \mathbf{z}) \sin 2\varphi + D_4^{\vee}(\alpha, \mathbf{z}) \cos 2\varphi = \\ &= \sum_{k=0}^2 (d_k + id_k') \exp(ik\varphi), \end{aligned}$$

$$d_0 = D_0^{\vee}, \quad d_0' = 0, \quad d_1 = D_2^{\vee}, \quad d_1' = -D_1^{\vee},$$

$$d_2 = D_4^{\vee}, \quad d_2' = -D_3^{\vee}, \quad \mathbf{v} = \alpha, \mathbf{z}.$$

Здесь α – угол нутации (пространственный угол атаки), φ – угол собственного вращения, $R = J_x \omega_x / J_y$, $G = R \cos \alpha + (-\omega_x \cos \varphi + \omega_z \sin \varphi) \sin \alpha$ – с точностью до множителя проекция кинетического момента соответственно на продольную ось аппарата и на направление скорости \mathbf{V} , ω_x , ω_y , ω_z – проекции угловой скорости на связанные оси, $\mathbf{z} = (R, G, \dots)$ – вектор медленно меняющихся переменных, M_{α} – с точностью до множителя восстанавливающий

аэродинамический момент, J_x , J_y , J_z – главные центральные моменты инерции, $\bar{J}_x = J_x / J_y$.

Для проведения качественного анализа движения преобразуем исходные уравнения (1) к стандартной двухчастотной системе с аналитическими правыми частями. Используя схему В.М. Волосова, заменим первое уравнение системы (1) на два дифференциальных уравнения для амплитуды угла нутации x и фазы колебания угла нутации y . Чтобы выразить правые части уравнений для угла собственного вращения φ и медленной переменной \mathbf{z} , как функции переменной y , необходимо знать явную зависимость угла нутации α от фазы y . То есть должен быть известен общий интеграл уравнений движения (1) при отсутствии внешних возмущений ($\varepsilon = 0$). При этом удастся записать правые части уравнений системы (1) как аналитические функции переменной y . Однако общий интеграл нелинейных уравнений невозмущенного движения известен в двух частных случаях. Во-первых, когда восстанавливающий аэродинамический момент пропорционален синусу угла нутации [2, 3, 4], и, во-вторых, при бигармонической зависимости аэродинамического момента от угла нутации [5, 6].

Для некоторых видов КА, например для аппаратов, близких по форме к сфере или к тонкому конусу, моментная характеристика может быть описана следующим рядом Фурье

$$M_{\alpha}(\alpha, \mathbf{z}) = a \sin \alpha + \varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} c_{\alpha i} \sin i \alpha.$$

Многие КА имеют более сложную форму и аэродинамические характеристики, в частности, возможно наличие трех балансировочных положений. В этом случае моментную характеристику КА можно представить в виде ряда Фурье, все

гармоники которого, начиная с третьей, малы по сравнению с первыми двумя

$$M_\alpha(\alpha, \mathbf{z}) = a \sin \alpha + b \sin 2\alpha + \varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} c_{\alpha i} \sin i\alpha.$$

То есть отклонение зависимости $M_\alpha(\alpha, \mathbf{z})$ от синусоидальной или бигармонической можно рассматривать как один из возмущающих факторов, что позволяет применять схему В.М. Волосова.

С учетом сделанных замечаний преобразуем исходную систему (1) к двухчастотной форме:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \omega(\mathbf{z}) + \varepsilon Y(y, \varphi, \mathbf{z}), & \dot{\varphi} &= \Phi_\varphi(y, \mathbf{z}), \\ \dot{\mathbf{z}} &= \varepsilon \Phi_z(y, \varphi, \mathbf{z}), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{z} = (R, G, x, q_\infty)$, q_∞ – скоростной напор.

Выделяя в угле собственного вращения две составляющие: равномерно вращающуюся фазу $\bar{\varphi}$ и колебательную фазу $\tilde{\varphi}$, запишем возмущенную систему в виде

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \omega(\mathbf{z}), & \dot{\bar{\varphi}} &= \lambda(\mathbf{z}), & \dot{\tilde{\varphi}} &= \Phi_\varphi(y, \mathbf{z}) - \lambda(\mathbf{z}), \\ \dot{\mathbf{z}} &= \varepsilon \Phi_z(y, \bar{\varphi} + \tilde{\varphi}, \mathbf{z}), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\lambda(\mathbf{z}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_\varphi(y, \mathbf{z}) dy, \quad \varphi = \bar{\varphi} + \tilde{\varphi}.$$

Используя общее решение для невозмущенного движения, разрешим уравнение для колебательной фазы угла собственного вращения

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi} - \tilde{\varphi}_0 &= \varphi(\mathbf{z}, t) - \frac{m}{n} \omega(\mathbf{z})(t - t_0) + \\ &+ \int_{t_0}^t \left(\frac{m}{n} \omega(\mathbf{z}) - \lambda(\mathbf{z}) \right) dt, \end{aligned}$$

где $\varphi(\mathbf{z}, t) \equiv \varphi(t)$ – невозмущенное решение для угла собственного вращения, если рассматривать интервал времени, равный периоду колебаний угла атаки.

В результате система (3) преобразуется к стандартной двухчастотной форме [1]:

$$\dot{y} = \omega(\mathbf{z}), \quad \dot{\tilde{\varphi}} = \lambda(\mathbf{z}), \quad \dot{\mathbf{z}} = \varepsilon \Phi_z(y, \bar{\varphi} + \tilde{\varphi}, \mathbf{z}). \quad (4)$$

Система (4) является возмущенной двухчастотной. При возникновении между частотами быстрых переменных соотношения

$$\Delta = m\omega(\mathbf{z}) - n\lambda(\mathbf{z}) = 0(\varepsilon),$$

где m и n – взаимно простые целые числа, в системе возможно появление параметрического резонанса.

2. В работе [1] для анализа околорезонансно-

го движения КА используется следующая система маятникового типа:

$$d^2q/d\tau^2 + Q = 0, \quad dz/d\tau = \mu f_z(q, \mathbf{z}), \quad (5)$$

где $\mu = \sqrt{\varepsilon}$, $\tau = \mu t$ – “медленное” время, $f_z(q, \mathbf{z}) =$

$$= \left\langle \Phi_z \left(y, \frac{m}{n} y - q + \tilde{\varphi}(y, \mathbf{z}), \mathbf{z} \right) \right\rangle - \text{средние по } y,$$

$$Q = - \left(\frac{m \partial \omega}{n \partial \mathbf{z}} - \frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{z}} \right) f_z(q, \mathbf{z}) = \sum_{k=0}^2 (a_k + ia'_k) \exp(ikq).$$

Для анализа устойчивости резонансного режима движения КА преобразуем уравнения (5) к гамильтоновой системе с одной степенью свободы. Для этого введем новую переменную $p = \dot{q}$ и, заменяя первое уравнение (5) на два уравнения первого порядка для p и q , запишем

$$\dot{p} = - \frac{\partial E}{\partial q} + f_1, \quad \dot{q} = \frac{\partial E}{\partial p} + f_2, \quad \dot{\mathbf{z}} = \mu f_3, \quad (6)$$

где $f_1 \equiv f_2 \equiv 0, f_3 \equiv f_z, E = \frac{p^2}{2} + W(q, \mathbf{z})$ – полная энергия системы,

$$\begin{aligned} W(q, \mathbf{z}) &= \int Q(q, \mathbf{z}) dq = Q_0 q + Q_1 \sin q + \\ &+ Q_2 \cos q + Q_3 \sin 2q + Q_4 \cos 2q \end{aligned}$$

– потенциальная энергия системы.

В работах [1, 7] приведены необходимые и достаточные условия застревания системы вида (6) в резонансе. Следует заметить, что в этих работах не учитываются малые воздействия на систему возмущающих факторов. В [8] рассматриваются вопросы устойчивости резонансных режимов движения при действии малых возмущений [9]. Однако необходимые и достаточные условия устойчивости сформулированы для квазилинейного случая движения.

Исследуем поведение системы (6) в окрестности стационарной точки при действии возмущающих факторов. В общем случае, когда все коэффициенты Q_i отличны от нуля, потенциальная энергия $W(q, \mathbf{z})$ имеет вид, показанный на рис. 1а. Фазовый портрет системы, соответствующий этой кривой, изображен на рис. 1б. При этом фазовая плоскость разделяется сепаратрисой на две области колебательного движения G_1 и G_2 , а также область вращательного движения G_3 . Точки А и В – это устойчивые точки типа центр, а С – неустойчивая точка типа седло. При отсутствии у КА инерционной асимметрии ($J_y = J_z$) одна из областей колебательного движения (G_1 или G_2) возникает (рис. 2б).

Под влиянием возмущений фазовая траектория может пересекать сепаратрису, переходя из

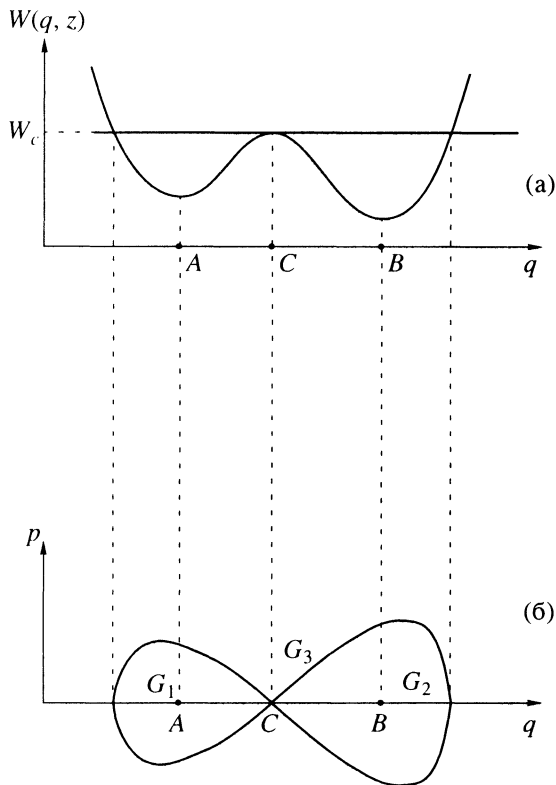


Рис. 1.

одной области в другую. При действии возмущающих факторов происходит деформация кривой W , а следовательно, и сепаратрисы. Будем считать, что если в результате эволюции система (6) остается внутри области колебательного движения G_1 или G_2 (рис. 1б), то такой резонансный режим движения КА является устойчивым. Если система выходит из области колебательного движения, например G_1 , то ее дальнейшее движение может происходить либо внутри области G_2 , либо внутри G_3 . Попадание в ту или иную область носит вероятностный характер. В этом случае будем говорить о неустойчивом захвате аппарата в резонанс. Заметим однако, что устойчивость резонансного режима движения КА, вообще говоря, не означает устойчивость системы (6) в окрестности точки типа центр.

В [10] для анализа переходов фазовой траектории из одной области в другую введена величина

$$\Theta(z) = -\oint_l \frac{\partial H}{\partial z} f_3(q, z) d\tau. \quad (7)$$

Здесь H – нормированный гамильтониан, обращающийся в нуль на сепаратрисе. Его можно представить как разность полной энергии системы E и потенциальной энергии, вычисленной в

седловой точке W_c

$$H = E - W_c.$$

Будем использовать величину $\Theta(z)$ для оценки устойчивости резонансного режима движения КА.

При $\Theta > 0$ резонансный режим движения КА будем считать устойчивым.

Если $\Theta < 0$, то резонансный режим будем считать неустойчивым.

С учетом определения нормированного гамильтониана формула (7) примет вид

$$\Theta(z) = \langle \dot{W}_c \rangle - \langle \dot{E} \rangle, \quad (8)$$

где $\langle \dot{W}_c \rangle = \oint_l \frac{\partial W_c(z)}{\partial z} f_3(q, z) d\tau$ – скорость изменения потенциальной энергии системы (6) в седловой точке, вычисленная вдоль сепаратрисы, $\langle \dot{E} \rangle = \oint_l \frac{\partial E(q, z)}{\partial z} f_3(q, z) d\tau$ – скорость изменения полной энергии системы, вычисленная вдоль сепаратрисы.

На основе соотношения (8) дадим физическую трактовку устойчивости резонансного режима движения КА.

Если резонансный режим устойчив, то $\langle \dot{W}_c \rangle > \langle \dot{E} \rangle$. При этом локальный максимум потенциальной энергии растет быстрее полной энергии и система не может выйти из потенциальной ямы. Согласно терминологии, принятой в [10], система “погружается” внутрь текущей области.

Для неустойчивого резонансного режима движения $\langle \dot{W}_c \rangle < \langle \dot{E} \rangle$. В этом случае полная энергия системы растет быстрее локального максимума потенциальной энергии. То есть система “выталкивается” из потенциальной ямы и ее дальнейшее местонахождение внутри смежных областей носит вероятностный характер.

Следует заметить, что нахождение фазовой траектории внутри потенциальной ямы, вообще говоря, еще не означает устойчивости системы в окрестности положения равновесия. Действительно, если локальный максимум потенциальной энергии и полная энергия системы возрастают и $\Theta > 0$, то система выходит из окрестности устойчивой точки. С другой стороны, текущая область фазовой плоскости расширяется быстрее, чем система подходит к сепаратрисе. В этом случае фазовая траектория остается внутри области колебательного движения. Если предположить, что площадь текущей колебательной области ограничена малой величиной, то “погружение” системы внутрь колебательной области означает захват КА в резонанс, а “выталкивание” – уход от резонанса.

Получим другую форму записи величины Θ .

Отметим, что $\partial E/\partial z = \partial W/\partial z$, тогда выражение (8) можно представить следующим образом:

$$\Theta(z) = \oint_l \left(\frac{\partial W_c}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial z} \right) f_3(q, z) d\tau. \quad (9)$$

Подставляя в (9) соотношение для потенциальной энергии, получим выражение для величины Θ в виде

$$\begin{aligned} \Theta = \oint_l & [\vartheta_0(q_c - q) + \vartheta_1(\cos q_c - \cos q) + \\ & + \vartheta_2(\sin q_c - \sin q) + \vartheta_3 \sin(q_c + q) \sin(q_c - q) + \\ & + \vartheta_4 \cos(q_c + q) \sin(q_c - q)] f_3(q, z) d\tau, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\vartheta_i = \frac{\partial Q_i}{\partial z}$ ($i = 0, \dots, 4$).

3. Рассмотрим два примера. В первом примере покажем необходимость учета неравномерности вращения фазы ϕ , а во втором исследуем устойчивость резонанса крена.

Часто при приведении систем вида (2) к стандартной форме (3) пренебрегают неравномерностью вращения фазы, полагая $\dot{\phi} = 0(\epsilon)$. Это позволяет избежать вычисления квадратуры для переменной ϕ . Однако существует широкий класс движений, для которых введение такого допущения может привести к искажению результатов моделирования.

Пусть КА имеет следующие массово-геометрические параметры: $m = 200$ кг, $\bar{J}_x = 0.4$, $S = 0.4$ м², $L = 0.7$ м, $\bar{x}_\tau = 0.02$, $\bar{y}_\tau = 0$, $\bar{z}_\tau = 0.0003$. Будем рассматривать два вида резонансного движения, классифицированные в [2]: главный вращательный резонанс и резонанс угла крена. Главный вращательный резонанс может наступить при совпадении частот колебаний угла нутации и угла собственного вращения, то есть в случае выполнения условия $\omega(z) = \lambda(z)$. При резонансе крена или "лунном" резонансе средняя угловая скорость собственного вращения КА близка к нулю $\lambda(z) = 0(\epsilon)$. Указанные типы резонансного движения являются резонансами низких порядков, поэтому оказывают наибольшее влияние на возмущенное движение КА.

На рис. 3а показано изменение во времени частот быстрых движений λ и ω . Начальные условия движения были подобраны так, что в окрестности точек t_1 и t_2 КА захватывался в главный вращательный резонанс, а в окрестности точки t_3 – в резонанс крена. Существование резонанса на траектории можно определить, вычисляя критерий безрезонансного движения η в соответствии с формулой (23), приведенной в работе [1]. Крите-

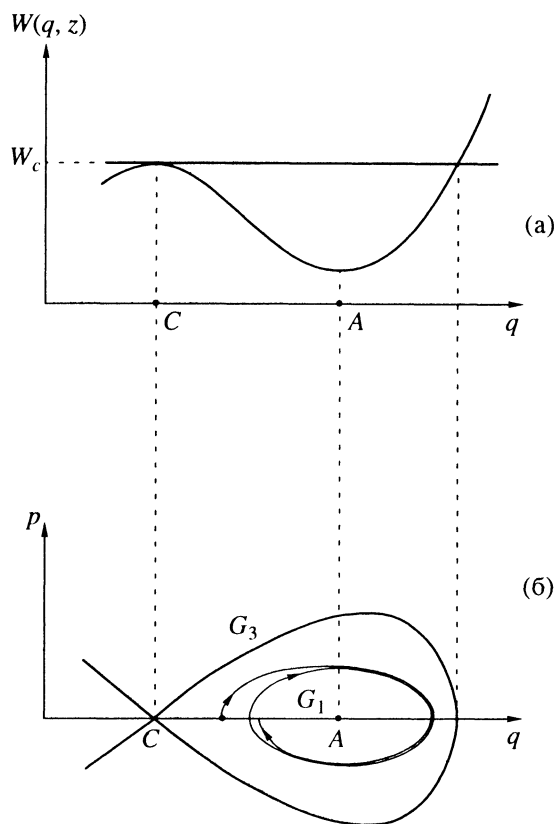


Рис. 2.

рий безрезонансного движения – это параметр, который показывает наличие или отсутствие на фазовом портрете системы области захвата в резонанс, то есть области, ограниченной сепаратрисой и включающей в себя устойчивую стационарную точку. При $\eta \leq 1$ такая область существует, а при $\eta > 1$ область отсутствует и, следовательно, резонансный режим движения не может быть реализован. Критерий безрезонансного движения η , вычисленный в моменты времени t_1, t_2 и t_3 , при допущении, что вращение КА близко к равномерному [7], был равен соответственно $\eta_1 = 3.13$, $\eta_2 = 3.89$, $\eta_3 = 0.47$. Это означает, что при такой постановке задачи в точках t_1 и t_2 не существует резонансного режима движения. При учете неравномерности вращения фазы ϕ критерий безрезонансного движения соответственно имеет следующие значения 0.42, 0.30, 0.22.

Для объяснения этого факта введем в рассмотрение критерий ν , который служит мерой неравномерности вращения быстрой переменной ϕ . Очевидно, что ϕ колеблется вокруг некоторого постоянного значения средней частоты λ , соответствующей равномерному вращению $\lambda = \phi_{extr} - \Delta\lambda$, где $\Delta\lambda$ – отклонение частоты собственного вращения от среднего. Под мерой, характеризующей отклонение собственного вращения от равномер-

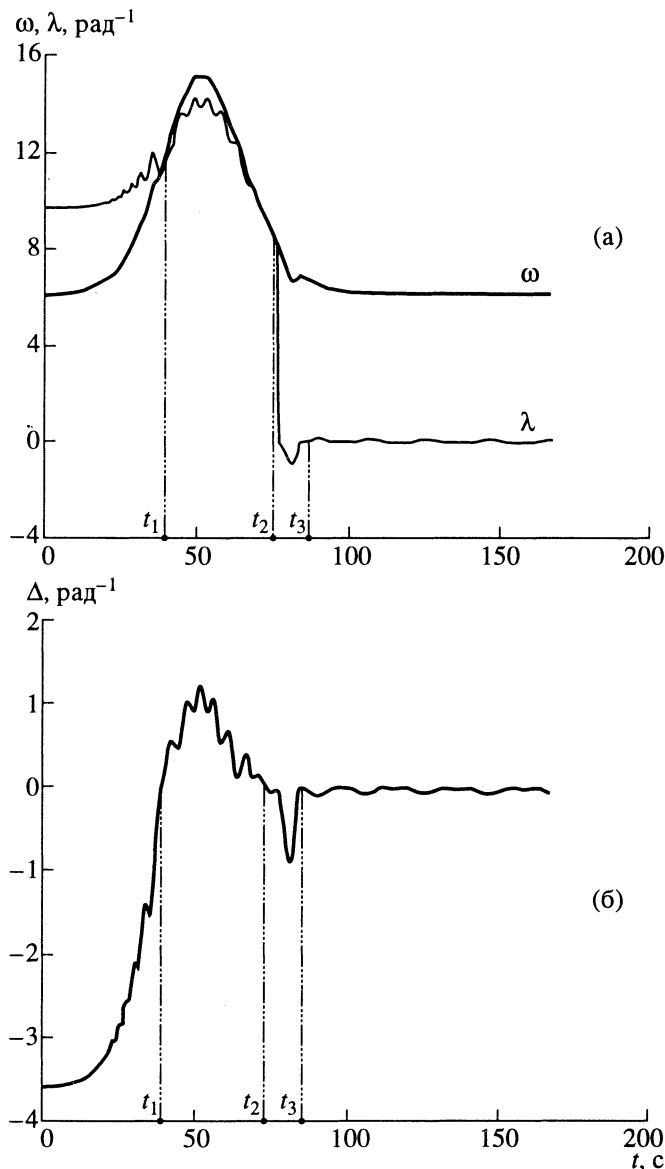


Рис. 3.

ного, за исключением резонанса крена, когда средняя частота не равна нулю, будем понимать величину

$$v = \left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right| = \left| \frac{\dot{\phi}_{extr} - \lambda}{\lambda} \right| = \left| \frac{\dot{\phi}_{extr}}{\lambda} - 1 \right|.$$

Вращение КА является равномерным, если $v = 0(\epsilon)$.

В моменты времени t_1 и t_2 мера неравномерности соответственно равнялась $v_1 = 0.39$, $v_2 = 0.48$. То есть в точках t_1 и t_2 вращение КА нельзя считать равномерным. На рис. 4 представлена зависимость величины области захвата в резонанс системы (6) от меры неравномерности. На рис. 4 введены следующие обозначения: сплошной жирной линией показана величина области захва-

та, полученная с учетом неравномерности вращения фазы ϕ , штриховой линией – область, найденная в предположении, что $\dot{\phi} = 0(\epsilon)$; сплошной тонкой линией показан интервал захвата, полученный путем численного моделирования. Приведенные результаты показывают, что введение допущения о равномерном вращении фазы ϕ в случае, когда $\dot{\phi}$ – не малая величина, приводит к сужению области захвата.

Перейдем к рассмотрению примера об устойчивости резонанса крена. Пусть имеют место: смещение центра масс с оси симметрии формы ($\bar{y}_T \neq 0$, $\bar{z}_T \neq 0$), наличие малого возмущающего аэродинамического момента ($\Delta m_y \neq 0$, $\Delta m_z \neq 0$), наличие перекоса главных центральных осей инерции КА относительно осей связанной системы координат ($\bar{J}_{xy} \neq 0$, $\bar{J}_{xz} \neq 0$). Исключим из рассмотрения только динамическую асимметрию ($J_y = J_z$), тогда движение КА в окрестности резонанса описывает следующая частично усредненная система (см. (6))

$$\dot{p} = -\frac{\partial E}{\partial q}, \quad \dot{q} = \frac{\partial E}{\partial p}, \quad \dot{z} = \mu f_3(q, z), \quad (11)$$

где $E = p^2/2 + W(q, z)$, $W(q, z) = Q_0 q + Q_2' \sin q'$, $Q_2' = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$, $q' = q + q_0$, $q_0 = \arctg(Q_1/Q_2)$, $z = (\alpha_{\max}, R, q)$.

На рис. 2а приведен вид функции W для системы (11). Фазовая плоскость состоит из одной области колебательного движения G_1 и двух областей вращательного движения G_2 и G_3 (рис. 2б). Точка A – устойчивая точка типа центр, а точка C – неустойчивая точка типа седло. Пусть система начинает свое движение из малой окрестности точки A , являющейся устойчивым положением равновесия при отсутствии возмущающих факторов. Для анализа устойчивости возникающего резонанса необходимо вычислить величину Θ согласно формуле (10). С учетом сделанных допущений это соотношение можно переписать в виде

$$\Theta = \oint_1 [\vartheta_0(q_c - q) + \vartheta_2'(\sin q_c' - \sin q')] f_3 d\tau,$$

где $\vartheta_2' = \partial Q_2' / \partial z$.

Следовательно, возникающий резонансный режим движения будет устойчив, если

$$\vartheta_0 \oint_1 (q_c - q) f_3 dr > -\vartheta_2' \oint_1 (\sin q_c' - \sin q') f_3 dt.$$

Если амплитуда колебаний угла атаки – малая

величина, то условие устойчивости резонанса крена имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{z}_\tau \bar{x}_\tau S^2 L^2 q_\infty \dot{q}_\infty}{J_y^2 \omega(\mathbf{z})^3} H_1 \oint_l (q_c - q) \cos q d\tau - \\ & - \frac{\bar{x}_\tau S L \dot{q}_\infty}{J_y} \left(\frac{1}{\omega(\mathbf{z})} \frac{\partial \dot{q}_\infty}{\partial q_\infty} - \dot{q}_\infty \frac{2 \bar{x}_\tau S L}{J_y \omega(\mathbf{z})^3} \right) \oint_l (q_c - q) d\tau + \\ & + \frac{\bar{z}_\tau^2 q_\infty^2 S^2 L^2}{J_y^2} \left[\left(\frac{1}{J_x} - \frac{1}{2} \right) \frac{\partial H_1}{\partial R} - \frac{1}{2 \omega(\mathbf{z})} \left(H_1 + R \frac{\partial H_1}{\partial R} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{R^2 H_1}{2 \omega(\mathbf{z})^3} \right] H_1 \oint_l (\sin q_c - \sin q) \cos q d\tau + \\ & + \frac{\bar{z}_\tau S L \dot{q}_\infty}{J_y} \left[H_1 \left(\frac{1}{J_x} - \frac{1}{2} - \frac{R}{2 \omega(\mathbf{z})} + \frac{\bar{x}_\tau S L R q_\infty}{\omega(\mathbf{z})^3 J_y} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\partial H_1}{\partial q_\infty} q_\infty \left(\frac{1}{J_x} - \frac{1}{2} - \frac{R}{2 \omega(\mathbf{z})} \right) \right] \oint_l (\sin q_c - \sin q) d\tau + \\ & + \frac{\bar{z}_\tau q S L c_0 \dot{q}_\infty}{F(x) J_y} \left(\frac{1}{J_x} - \frac{1}{2} - \frac{R}{2 \omega(\mathbf{z})} \right) \frac{\partial H_1}{\partial \alpha_{\max}} H_2 \times \\ & \times \oint_l (\sin q_c - \sin q) d\tau + \frac{\bar{z}_\tau^2 q_\infty^2 S^2 L^2}{F(x) J_y^2} \left(\frac{1}{J_x} - \frac{1}{2} - \frac{R}{2 \omega(\mathbf{z})} \right) \times \\ & \times \frac{\partial H_1}{\partial \alpha_{\max}} H_3 \oint_l (\sin q_c - \sin q) \cos q d\tau > 0, \end{aligned}$$

где

$$H_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \alpha dy, \quad H_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\cos \alpha_{\max} - \cos \alpha) dy,$$

$$H_3 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \alpha \left(\frac{R - G \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{R - G \cos \alpha_{\max}}{\sin^2 \alpha_{\max}} \right) dy.$$

В качестве иллюстрации на рис. 3б приведено изменение по времени резонансной расстройки частот Δ для КА, массово-геометрические параметры которого приведены в первом примере. В точке t_3 был реализован захват в резонанс угла крена. При этом $\langle W_c \rangle = -0.08$, $\langle \dot{E} \rangle = -0.10$, $\Theta = 0.02$. Это означает, что полная энергия системы убывает быстрее, чем потенциальная энергия в седловой точке С. Поэтому через конечный промежуток времени система окажется на дне потенциальной ямы в малой окрестности точки А. Вид

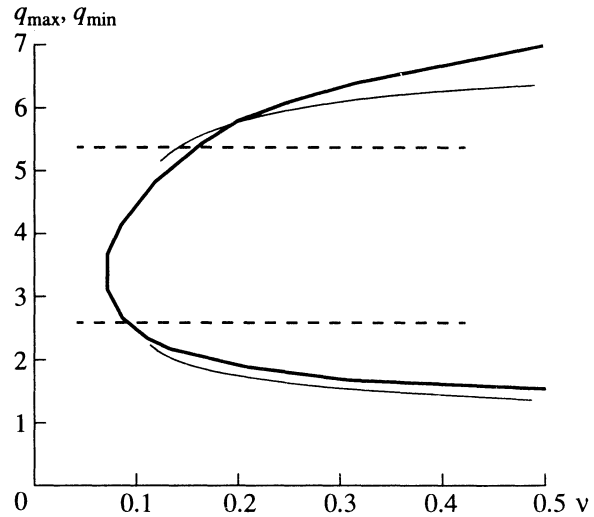


Рис. 4.

фазовой траектории усредненной системы (11), приведенный на рис. 2б, подтверждает устойчивость резонанса по углу крена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асланов В.С. Нелинейные резонансы при неуправляемом спуске в атмосфере асимметричных КА // Космич. исслед. 1992. Т. 30. Вып. 5. С. 608–614.
2. Голубев В.В. Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки. М.: Физматгиз, 1959.
3. Асланов В.С. Определение амплитуды колебаний баллистического аппарата с малой асимметрией при спуске в атмосфере // Космич. исслед. 1980. Т. 18. Вып. 2. С. 178–184.
4. Аксененкова И.М. Канонические переменные действие–угол в задаче о волчке Лагранжа // Вестн. МГУ. Сер. математика–механика. 1981. № 1. С. 86–90.
5. Асланов В.С., Бойко В.В. Нелинейное резонансное движение асимметричного космического аппарата в атмосфере // Космич. исслед. 1985. Т. 23. Вып. 3. С. 408–415.
6. Серов В.М. Вращательное движение динамически симметричного твердого тела под действием нелинейного момента // Известия РАН. Механика твердого тела. 1991. № 5.
7. Асланов В.С. Два вида нелинейного резонансного движения асимметричных КА в атмосфере // Космич. исслед. 1988. Т. 24. Вып. 2. С. 220–226.
8. Заболотнов Ю.М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией. 3 // Космич. исслед. 1994. Т. 32. Вып. 4–5. С. 112–125.
9. Хапаев М.М. Асимптотические методы и устойчивость в теории нелинейных колебаний М.: Высшая школа, 1988.
10. Нейштадт А.И. Вопросы теории возмущений нелинейных резонансных систем // Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. М.: ВИНТИ, 1988.